

# Evaluación para el Acceso a la Universidad Curso 2019/2020



## Materia: MATEMÁTICAS II

**Instrucciones:** El estudiante deberá resolver **CUATRO** de los ocho ejercicios propuestos, si resuelve más, se corregirán solo los cuatro primeros. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora. Cada ejercicio completo puntuará 2,5 puntos. Duración de la prueba: 1 hora y 30 minutos.

1. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

- a) [1 punto] Calcula razonadamente la matriz inversa de  $A$ .
- b) [1,5 puntos] Calcula razonadamente la matriz  $X$  de la ecuación matricial  $AX + I_3 = BC$ , donde  $I_3$  es la matriz identidad.
2. a) [1,75 puntos] Discute el siguiente sistema de ecuaciones lineales en función del parámetro  $a \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{cases} x & +2y & +az & = & a \\ x & +ay & +2z & = & a \\ -x & +y & +z & = & 1 \end{cases} .$$

- b) [0,75 puntos] Resuelve razonadamente el sistema anterior para  $a = 2$ , si es posible.
3. a) [1 punto] Calcula razonadamente el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\sin(2x)} \right)$ .
- b) [1,5 puntos] Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 2^{(x-1)} & \text{si } x \leq 1 \\ x - 2 & \text{si } 1 < x < 2 \\ \ln(x - 1) & \text{si } x \geq 2 \end{cases} ,$$

donde  $\ln$  es el logaritmo neperiano, estudia la continuidad de la función  $f(x)$  en  $x = 1$  y en  $x = 2$ , y clasifica el tipo de discontinuidad si las hubiera.

4. a) [1,5 puntos] Calcula las dimensiones de una caja de base cuadrada (prisma cuadrangular) sin tapa superior y con un volumen de  $108 \text{ dm}^3$  para que la superficie total de la caja (formada por las caras laterales y la base) sea mínima.
- b) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función  $f(x) = x^2 + x - 1$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .
5. a) [1,25 punto] Calcula razonadamente la siguiente integral:  $\int \frac{-dx}{1 + e^x}$ .  
(Cambio de variable sugerido:  $e^x = t$ .)
- b) [1,25 puntos] Determina justificadamente el área acotada que encierran las gráficas de las funciones  $f(x) = -x^2 + 2x + 4$  y  $g(x) = x + 2$ .

6. Sean el plano  $\pi \equiv x + 2y - z - 4 = 0$  y la recta  $r \equiv \begin{cases} x - 2y - 2 = 0 \\ y - z - 2 = 0 \end{cases}$ .
- a) [1 punto] Calcula razonadamente la distancia del punto  $P(1, 2, -1)$  al plano  $\pi$ .
- b) [1,5 puntos] Calcula razonadamente el área del triángulo que forman el punto intersección de la recta  $r$  con el plano  $\pi$ , y los puntos  $B(1, -1, 2)$  y  $C(0, 1, 1)$ .
7. Dadas las rectas  $r \equiv \begin{cases} 2x - 2y = 4 \\ z = 0 \end{cases}$ ,  $s \equiv \frac{x}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{1}$  y el punto  $P(-1, 0, 2)$ .
- a) [1,25 puntos] Determina razonadamente la posición relativa de las rectas  $r$  y  $s$ .
- b) [1,25 puntos] Halla razonadamente la ecuación general del plano que pasa por el punto  $P$  y es paralelo a las rectas  $r$  y  $s$ .
8. a) El 70% de los usuarios de instagram tiene menos de 34 años, el 25% entre 34 y 54 años (ambos incluidos) y el 5% más de 54 años. Se sabe que acceden a diario a dicha red: el 98% de los menores de 34 años, el 40% de los usuarios entre 34 y 54 años (ambos incluidos) y el 10% de los mayores de 54 años. Si se selecciona un usuario al azar:
- a.1) [0,5 puntos] ¿qué probabilidad hay de que no acceda a diario a dicha red social?
- a.2) [0,75 puntos] Si el usuario seleccionado al azar confiesa que accede diariamente, ¿qué probabilidad hay de que pertenezca al grupo que tiene entre 34 y 54 años (ambos incluidos)?
- b) El tiempo que un usuario de la red instagram pasa conectado a diario a dicha red social sigue una ley normal de media 53 minutos y desviación típica 10 minutos.
- b.1) [0,5 puntos] ¿Qué probabilidad hay de que un usuario seleccionado al azar se conecte más de 30 minutos al día?
- b.2) [0,75 puntos] ¿Qué porcentaje de usuarios (tanto por ciento) se conectan entre 40 y 67 minutos al día?

a	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936